

## پاسخ به تمرین‌ها، پرسش‌ها، و فعالیت‌های فصل ۵

### پرسش ۱-۵

با داغ کردن قوطی، جنبش مولکول‌های گاز درون آن بسیار زیاد می‌شود و فشار وارد از گاز به دیواره‌های آن افزایش می‌یابد و این می‌تواند موجب ترکیدن قوطی شود. در واقع این مثالی از یک فرایند ترمودینامیکی هم حجم است که در یک فرایند هم حجم با افزایش دما، فشار افزایش می‌یابد.

### تمرین ۱-۵

(الف) از قانون اول ترمودینامیک (معادله ۱-۵) استفاده می‌کنیم. با توجه به اینکه در فرایند هم حجم  $W=0$  است، داریم

$$\Delta U = Q + W = Q = nC_V\Delta T$$

بنابراین، تغییر انرژی درونی گاز برابر است با

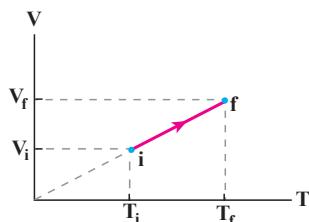
$$\Delta U = nC_V(T_f - T_i)$$

(ب) برای گازهای کامل تک اتمی، گرمای ویژه مولی در حجم ثابت برابر با  $\frac{3}{2}R$  است. بنابراین،  $\Delta U$  را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Delta U = n(\frac{3}{2}R)\Delta T = \frac{3}{2}nR\Delta T$$

### تمرین ۲-۵

چون گاز، کامل (آرمانی) است با استفاده از معادله حالت گاز آرمانی داریم:



$$V = \left( \frac{nR}{P} \right) T$$

چون  $nR/P$  ثابت است، رابطه بالا معادله یک خط راست است که امتداد (برون‌یابی) آن از مبدأ مختصات می‌گذرد. بنابراین نمودار این رابطه به شکل روبرو می‌شود.

### تمرین ۳-۵

در تراکم هم فشار، در شکل ۱۲-۵ کتاب، جایه‌جایی رو به پایین می‌شود، در حالی که سوی نیروی وارد از گاز به پیستون تغییر نمی‌کند و بنابراین کار گاز روی پیستون چنین می‌شود:

$$F d \cos 180^\circ = -Fd = -PAD$$

اما توجه کنید که این بار  $Ad$  برابر  $-\Delta V$  است (زیرا حجم کاهش یافته و  $\Delta V$  منفی می‌شود). پس خواهیم داشت:

$$-PAD = -P(-\Delta V) = P\Delta V$$

ولی چون کار پیستون روی گاز (کار محیط) منفی این رابطه است، کار پیستون روی گاز  $-P\Delta V$  می‌شود که همان رابطه ۳-۵ کتاب است.

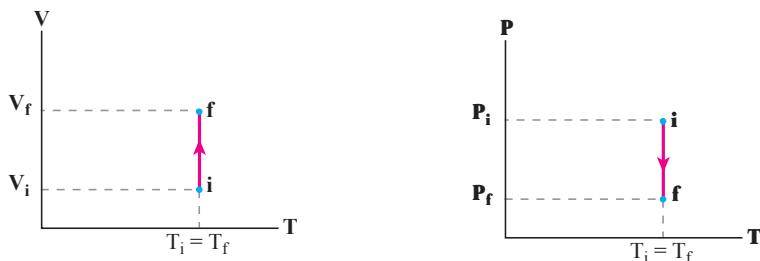
### فعالیت ۱-۵

از رابطه (۳-۵) می‌دانیم که کار در فرایند هم فشار از رابطه  $W = -P\Delta V$  به دست می‌آید. از روی شکل داده شده برای

فرایند هم فشار در می بابیم که حاصل ضرب  $P\Delta V$  در واقع مساحت زیر نمودار  $P-V$  (مساحت ناحیه هاشور خورده) است. بنابراین می توان گفت که در فرایند هم فشار، قدر مطلق کار انجام شده (قدرمطلق کار محیط روی دستگاه) برابر با سطح زیر نمودار  $P-V$  است.

## تمرین ۴-۵

(الف) بدیهی است که باید ترتیبی دهیم که حجم گاز داخل استوانه حاوی گازی که در تماس با یک منبع گرمایی با دمای ثابت است به گونه ای تدریجی و ایستوار افزایش یابد. پس کاهش تدریجی ساقمه های سربی می تواند روشی قابل قبول باشد؛ البته این کار را می توان با روش های متفاوتی انجام داد. مثلاً می توان به جای ساقمه های سربی از کیسه های شنی استفاده کرد که سوراخ کوچکی در آن ایجاد شده، به گونه ای که شن به آرامی از آن خارج می شود. در هر حال، با کاهش وزن روی پیستون و در نتیجه فشار گاز، پیستون به سمت بالا حرکت می کند و در نتیجه گاز منبسط می شود. نمودارهای  $V-T$  و  $P-T$  این فرایند به صورت زیر می شود:



در مورد علامت های  $Q$  و  $W$  توجه کنید چون گاز منبسط شده است، پس گاز (دستگاه) روی محیط کار (مثبت) انجام داده و بنابراین  $W < 0$  است. چون فرایند هم دما است، برای گاز کامل که انرژی درونی آن فقط به دما بستگی دارد  $\Delta U = 0$  است و بنابراین از قانون اول ترمودینامیک در می بابیم  $Q + W = 0$  و در نتیجه با توجه به اینکه  $W < 0$  است،  $Q$  باید مثبت باشد. این نتیجه را می توانیم این طور توجیه کنیم که در واقع در هر مرحله کوچک از فرایند، بر اثر انبساط گاز، دمای گاز اندکی کاهش می یابد که این کاهش دما با گرفتن گرمایی از منبع جبران می شود.

## ۲-۵ فعالیت

وقتی سرنگ حاوی هوا را در آب می اندازیم و مدتی صبر می کنیم، هوای درون سرنگ با آب هم دما می شود. از این به بعد، هوای درون سرنگ (به عنوان دستگاه) در تماس گرمایی با حجم بزرگ آب (به عنوان منبع گرمایی) است. دستگاه و منبع، دمای مساوی دارند. با فشردن گند و آرام پیستون، فشار هوای درون سرنگ افزایش و حجم آن کاهش می یابد. ولی از آنجا که هوای سرنگ (دستگاه) در تماس گرمایی با آب (منبع گرمایی) است و فرایند به کندی رخ می دهد، دمای دستگاه همان دمای منبع باقی می ماند، یعنی دما ثابت است و بنابراین یک انبساط هم دما داریم (در واقع توجه کنید که در هر مرحله کوچک این فرایند، دما در ابتدا کمی زیاد می شود، ولی این افزایش دما با دادن گرمایی به آب جبران می شود تا اینکه هوای دوباره با آب هم دما شود). هدف از این فعالیت و تمرین ۴-۵ آن است که به دانش آموزان گوشزد کند در فرایند هم دما، گاز با محیط تبادل گرمایی کند بی آنکه دمایش تغییر کند. در واقع اهمیت فرایند هم دما در تبدیل کامل کار و گرمایی به یکدیگر است. وقتی محیط روی دستگاه کار انجام دهد، به همان اندازه کار، دستگاه به محیط گرمایی دهد.

## تمرین ۵-۵

با توجه به معادله حالت گاز کامل داریم

$$PV = nRT \Rightarrow P = \left( \frac{nR}{V} \right) T$$

اگر طبق راهنمایی، خطی عمودی بر محور حجم رسم کنیم به گونه‌ای که هرچهار نمودار را قطع کند از رابطه بالا در می‌یابیم که برای چهار نقطه تلاقی که در آنها  $V/nR$  (ضریب  $T$ ) برابر است، فشار کمتر مربوط به دمای کمتر است. بنابراین، منحنی  $T_1$  که خط عمود بر محور حجم را در جا (فشار) پایین‌تری قطع کرده است کمترین دما را دارد و منحنی  $T_4$  که خط عمود بر محور را در جا (فشار) بالاتری قطع کرده است، بیشترین دما را دارد و بدین ترتیب  $T_4 > T_2 > T_1$  است. البته می‌توانستیم مسئله را به ازای یک فشار معین نیز بررسی کنیم. در آن صورت، معادله حالت گاز کامل را به صورت زیر بنویسیم:

$$V = \left( \frac{nR}{P} \right) T$$

حال اگر خطی به محور فشار رسم کنیم؛ به گونه‌ای که هر چهار نمودار را قطع کند، از رابطه بالا در می‌یابیم در مقایسه این چهار نقطه تقاطع، کمترین حجم مربوط به کمترین دما و بیشترین حجم مربوط به بیشترین دما است. بنابراین داریم:

$$T_4 > T_2 > T_1 > T$$

از این تمرین در می‌یابیم که نمودارهای هم‌دما برای ما حکم یک دماسنج را دارند و با مشاهده آنها در مقایسه با یکدیگر می‌توان درباره دما اظهارنظر کرد و با مشاهده نمودار یک فرایند در زمینه آنها می‌توان درباره تغییر دمای گاز در مسیر آن فرایند اظهارنظر کرد.

(ب) همان‌طور که اشاره کردیم، مقدار کار برابر مساحت زیر نمودار  $P-V$  است. چون مساحت زیر منحنی  $T_1$  از همه کمتر و مساحت زیر منحنی  $T_4$  از همه بیشتر است، بنابراین داریم:

$$|W_4| > |W_2| > |W_1| > |W|$$

(توجه کنید که هر چهار نمودار، فرایندهای انبساطی را نشان می‌دهند و در آنها  $W$  منفی است)

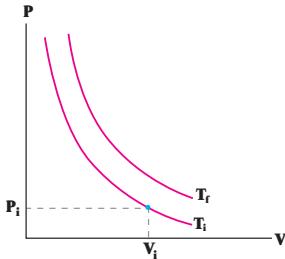
## فعالیت ۳-۵

وقتی در نوشابه باز می‌شود، گاز محبوس در بالای آن و نیز گاز کربن دی اکسید خارج شده از نوشابه انبساط می‌یابد. این انبساط چنان سریع صورت می‌گیرد که آن را می‌توان تقریباً بی دررو پنداشت. بنابراین انرژی لازم برای انبساط گاز صرفاً توسط انرژی درونی تأمین می‌شود که همان انرژی گرمایی خود گاز است. بنابراین، گاز انرژی گرمایی از دست می‌دهد و سرددتر می‌شود که این باعث می‌گردد بخار آب موجود در گاز در حال انبساط به صورت قطرات آب درآید. این قطرات موجود در هوا، هاله رقیقی را تشکیل می‌دهند که در اطراف دهانه بطری دیده می‌شود. (توجه کنید اگر دمای مایع در نزدیک نقطه انجامد باشد یخ زدن نوشابه نیز ممکن است رخ دهد. چرا که وقتی در بطری باز می‌شود، فشار داخل آن ناگهان تا فشار جو کاهش می‌یابد و این به بالا رفتن نقطه انجامد مایع می‌انجامد. مایع که دمای آن اکنون زیر نقطه انجامد جدید قرار دارد، شروع به یخ زدن می‌کند).

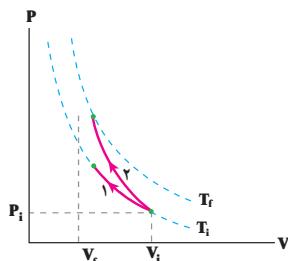
## تمرین ۶-۵

با توجه به رابطه (۵-۵) و با توجه به اینکه در تراکم، کار محیط روی گاز (دستگاه) مثبت است، نتیجه می‌گیریم  $\Delta U > 0$  است. چون گاز، کامل (آرمانی) است افزایش انرژی درونی گاز با افزایش دمای آن همراه است؛ یعنی دمای گاز افزایش می‌یابد. این نتیجه از رابطه  $\Delta U = nC_V \Delta T$  نیز قابل مشاهده است.

رسم منحنی‌های هم‌دما را در تمرین ۵-۵ آموختیم و دریافتیم که دمای بالاتر مربوط به خم (منحنی) بالاتر است؛ مانند شکل زیر (در حل این تمرین از نماد  $a$  و  $f$  به جای ۱ و ۲ کتاب استفاده کردہ‌ایم).



بدیهی است که در تراکم هم‌دما، دما تغییر نمی‌کند و همواره  $T = T_i$  است (مسیر ۱). ولی نشان دادیم که در تراکم هم‌دما، دمای گاز افزایش می‌یابد، پس گاز باید به دمای بالاتری مثل  $T_f$  برسد (مسیر ۲)



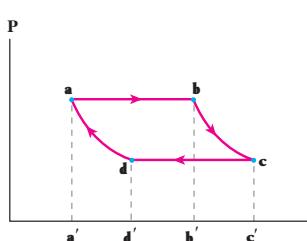
چون سطح زیر نمودار مربوط به تراکم بی‌درو را بیشتر است،  $|W|$  برای این فرایند مقدار بیشتری دارد. (البته توجه کنید که در اینجا در هر دو فرایند هم‌دما و بی‌درو تراکم رخ می‌دهد و بنابراین برای هر دو فرایند  $W > 0$  است و می‌توانستیم از قدر مطلق استفاده نکنیم).

## پرسش ۲-۵

در اینجا برای هوای داخل سرنگ تراکمی بی‌درو رخ می‌دهد، چرا که گفتیم هرگاه تغییر حجم گاز چنان به سرعت رخ دهد که گاز فرصت تبادل گرمای با محیط را پیدا نکند، آن فرایند تراکمی یا انبساطی، بی‌درو است. در تمرین ۶-۵ دیدیم که در یک تراکم بی‌درو، دمای گاز کامل افزایش می‌یابد. بنابراین، در اینجا دمای هوای داخل سرنگ زیاد می‌شود و با توجه به اینکه نقطه اشتعال کاغذ نیتروسلولز بسیار پایین است، با اندک افزایش دمایی مشتعل می‌شود. البته این آزمایش را می‌توان با انواع دیگری از کاغذ نیز انجام داد ولی لازمه آن دقت فراوان در انجام آزمایش است، در حالی که با کاغذ نیتروسلولز، به سادگی می‌توان به نتیجه رسید. در این مورد فیلمی در سایت گروه گذاشته شده است.

## فعالیت ۴-۵

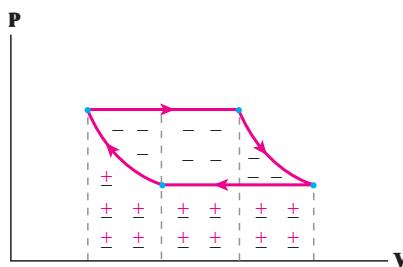
برای آنکه منظور مشخص شود، محل‌های تقاطع خط‌چین‌های عمودی با محور  $V$  را به ترتیب با  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$  و  $d'$  نمایش می‌دهیم:



بنابراین، قدرمطلق کار انجام شده در فرایند  $da$  برابر مساحت محصور در سطح  $'abb'a'$ ، قدرمطلق کار انجام شده در فرایند  $ab$  برابر مساحت محصور در سطح  $'abb'a'$  و قدرمطلق کار انجام شده در فرایند  $bc$  برابر مساحت محصور در سطح  $'bcc'b'$  و قدرمطلق کار انجام شده در فرایند  $cd$  برابر مساحت محصور در سطح  $'dcc'd'$  است. اما علامت‌های کار (محیط روی دستگاه) با توجه به اینکه در فرایندهای  $da$  و  $cd$  از حجم کاسته شده است، مثبت و در فرایندهای  $ab$  و  $bc$  که به حجم افزوده شده است، منفی است.

ب) کار انجام شده در چرخه برابر جمع جبری کارهای انجام شده در هر چهار فرایند است. اگر مساحت‌ها و علامت‌های کار را که در قسمت (الف) بررسی کردیم لحاظ کنیم، در می‌یابیم کار محیط در این چرخه برابر با مساحت محصور در داخل چرخه است و بنابراین مقدار کار برابر مساحت داخل چرخه می‌شود.

پ) بنا به توضیح قسمت (ب) کار کل انجام شده روی دستگاه در این چرخه، منفی است. به عبارت دیگر، شکلی مانند شکل زیر داریم که همان‌طور که مشاهده می‌کنیم در آن علامت منفی غالب شده است.



## فعالیت ۵-۵

در نیروگاه‌های حرارتی، انرژی گرمایی به توان الکتریکی تبدیل می‌شود. اساس کار کلیه نیروگاه‌های حرارتی گرم کردن آب، تبدیل آن به بخار آب و در پی آن چرخاندن یک توربین بخار است که یک مولد (ژنراتور) را به راه می‌اندازد. بخار پس از عبور از توربین، در یک چگالنده چگالیده شده و به آب تبدیل می‌گردد. سپس این آب به دیگ بخار برگردانده می‌شود و در آنجا به بخار داغ پُرفشار تبدیل گردیده و مجدداً به طرف توربین می‌رود و این چرخه دوباره تکرار می‌گردد که در واقع همان چرخه رانکین ماشین‌های بخار است. منبع انرژی یک نیروگاه که از ساز و کار ماشین بخار استفاده می‌کند می‌تواند متفاوت باشد که البته سوخت‌های فسیلی غالب هستند، گرچه از انرژی هسته‌ای، انرژی زمین گرمایی (ژئونرمال)، و انرژی خورشیدی استفاده می‌شود.

## فعالیت ۶-۵

شاید قایق پوت پوت ساده‌ترین ماشین بخاری باشد که تا به حال دیده‌اید. این ماشین، سیلندر، پیستون، میل لنگ، سوپاپ‌های ورود و خروج بخار و ... ندارد ولی در آن چرخه‌ای مشابه چرخه ماشین بخار رخ می‌دهد و این چرخه کار مکانیکی موردنیاز برای به حرکت درآوردن قایق در یک استخر یا حوض آب را تأمین می‌کند. می‌توانید برای ساختن قایق از یک بطری پلاستیکی استفاده کنید. بطری را مطابق شکل طوری از وسط نصف کنید که هر نیمه آن شبیه یک قایق کوچک باشد. یک لوله مسی به قطر تقریباً  $3\text{ mm}$  و طول تقریباً  $70\text{ cm}$  (بسته به بزرگی و کوچکی قایق) تهیه و آن را مطابق شکل خم کنید. (این نوع لوله را می‌توانید از تعمیرگاه‌های یخچال بخرید). برای درست کردن بخش پیچه‌ای شکل در خم این لوله، می‌توانید لوله را دور یک میله بپیچانید. دو سوراخ کوچک در انتهای قایق ایجاد کنید و دو سر لوله مسی را مطابق شکل از این دو سوراخ عبور دهید. دقت کید سوراخ‌ها خیلی کوچک باشند طوری که

وقتی دو سر لوله مسی را از آنها عبور می‌دهید، سوراخ‌ها به خوبی مسدود شوند و وقتی قایق روی آب قرار می‌گیرد، آب از کناره‌های این سوراخ‌ها وارد قایق نشود. یک شمع تزئینی که درون استوانه آلومینیومی کوچکی قرار دارد را مطابق شکل، زیر قسمت پیچه مانند لوله مسی قرار دهید، طوری که وقتی شمع روشن شد پیچه را داغ کند. لوله مسی را کاملاً از آب پرکنید. به این منظور می‌توانید یک سر لوله را درون آب قرار دهید و از سر دیگر لوله، هوای درون لوله را بمکید. با مکیدن هوای درون لوله، آب کل لوله را پر می‌کند. دو انتهای لوله را با انگشتاتتان بگیرید و قایق را طوری در آب قرار دهید که دو انتهای لوله کاملاً دورن آب باشد. اکنون شمع را روشن کنید. مدتی طول می‌کشد تا آب داخل بخش پیچه‌ای شکل لوله به اندازه کافی داغ و بخار شود. حالا قایق به راه می‌افتد. با نگاه دقیق به حرکت قایق، مشاهده امواج آب که در محل دو انتهای لوله مسی تشکیل می‌شود، گوش دادن به صدای قایق و ... متوجه می‌شوید که حرکت قایق به صورت بُریده بُریده و منقطع انجام می‌شود. در واقع در هر ثانية، چند ضربه به قایق زده می‌شود و با هر ضربه قایق کمی به جلو می‌جهد. اگر انگشتات را پشت دو انتهای لوله و درون آب قرار دهید و البته با این کار مزاحم حرکت قایق نشود، این ضربه‌ها را احساس خواهید کرد.

ولی این قایق چگونه کار می‌کند؟

وقتی آب داخل قسمت پیچه‌ای شکل لوله داغ و بخار می‌شود، این بخار پُرفشار، آب درون دو ساق لوله را از دو انتهای لوله، به سرعت و با فشار زیاد، به صورت دو جت آب به بیرون می‌راند. عکس العمل نیرویی که بخار پُرفشار به این دو جت آب وارد می‌کند، باعث جهش رو به جلوی قایق می‌شود. وقتی بخار داغ منبسط می‌شود، کمی سرد می‌گردد (انبساط سریع و بی‌دررو)، به علاوه اینکه بخار وارد بخش سرد لوله مسی، یعنی دو ساق متصل به پیچه شده است. بخار در این بخش سرد، چگالیده و کم فشار می‌گردد. در واقع این بخش از لوله مسی شبیه چگالنده عمل می‌کند. چگالش بخار و کاهش فشار درون لوله سبب می‌شود آب از دو انتهای لوله به درون لوله مکیده شود. دوباره آب حاصل از چگالش بخار، وارد پیچه داغ می‌شود، تبدیل به بخار داغ و پُرفشار می‌گردد و همه ماجرا از نو تکرار می‌گردد. هنگام مکش آب از دو انتهای لوله به داخل لوله، نیروی کوچکی در خلاف جهت حرکت قایق به قایق وارد می‌شود ولی این نیرو به مراتب کوچک‌تر از نیروی پیشran قایق است که در مرحله انبساط بخار درون پیچه و خروج جت‌های آب از دو انتهای لوله به قایق وارد می‌شود، لذا حکت کلی قایق رو به جلو باقی می‌ماند. در واقع مکش آب از دو انتهای لوله به درون آن، به صورت جت آب نیست و به آرامی رُخ می‌دهد. در مورد این قایق فیلمی در سایت گروه قرارداده شده است.

### ۳-۵ پرسش

ضریب عملکرد یخچال کارنو با استفاده از رابطه (۱۴-۵) به دست می‌آید.

$$K = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

بنابراین هرچه دمای دو منبع گرما به یکدیگر نزدیک‌تر باشد (یعنی هرچه  $T_H - T_L$  کوچک‌تر باشد) مقدار  $K$  بیشتر است. بنابراین نتیجه می‌گیریم کولر گازی در آب و هوای معتمد که اختلاف دمای دو منبع در آن کمتر از اختلاف دمای درون و بیرون خانه در هوای گرم است، بهتر عمل می‌کند.

### پرسش‌ها و مسئله‌های پایان فصل ۵

۱- از قانون اول ترمودینامیک داریم

$$\begin{aligned} \Delta U &= Q + W \\ &= -31 \text{ kJ} + 40 \text{ kJ} = 9 \text{ kJ} \end{aligned}$$

۲- (الف) همان طور که در متن درس اشاره شد اگر پیستون را با گیره‌های ثابت کنیم و دمای گاز را با استفاده از یک منبع گرمابه تدریج افزایش یا کاهش دهیم، فشار گاز طی یک فرایند هم حجم ایستاوار، افزایش یا کاهش می‌یابد.

(ب) این مورد نیز در متن درس توضیح داده شد. در اینجا نیز با افزایش دمای کند و تدریجی توسط منبع گرمابه، در هر مرحله به علت اختلاف دمای جزئی بین منبع و دستگاه، مقدار کمی گرمابه گاز منتقل می‌شود که در نتیجه آن گاز کمی منبسط می‌شود و پیستون را که حالا آزاد است اندکی به طرف بالا جابه‌جا می‌کند. اگر گرمابه دادن را به همین روش به صورت آهسته ادامه دهیم، گاز به کندی منبسط می‌شود و پیستون به طور ایستاوار به بالا حرکت می‌کند. شتاب حرکت پیستون چنان کم است که می‌توان گفت در طی گرمابه دادن همواره فشار گاز ثابت می‌ماند. برای کاهش حجم ایستاوار و هم فشار گاز نیز، به روش مشابه، دمای منبع گرمابه را به تدریج و به کندی کاهش می‌دهیم.

۳- این آزمایش مشابه حالتی است که گاز محبوس در استوانه‌ای با پیستون آزاد در تماس با یک منبع گرمابه با دمای قابل تنظیم است و دمای منبع به آرامی بالا می‌رود.

به علت اختلاف جزئی دمای بین منبع (آب) و هوای درون سرنگ، گرمابه کندی به هوای محبوس درون سرنگ منتقل می‌شود و هوا به آرامی [در فشار ثابت] اندکی منبسط می‌گردد و پیستون، سرنگ را اندکی به جلو می‌راند. اگر گرمابه دادن را به همین روش تدریجی ادامه دهیم، ضمن افزایش دما و حجم هوای درون سرنگ، پیستون به آهستگی حرکت می‌کند. همان‌طور که گفتیم این فرایند در فشار ثابت رخ می‌دهد. زیرا وقتی سرنگ به طور افقی درون آب قرار گرفته است، اختلاف فشاری بین درون سرنگ و آب بیرون آن وجود ندارد و به محض اینکه یکی از این دو فشار اندکی افزایش یا کاهش یابد، پیستون جابه‌جا می‌گردد تا دوباره فشارها برابر شوند. و چون در اینجا فشار آب تغییر نمی‌کند، فشار درون سرنگ هم تغییر نخواهد کرد و انساطی هم فشار خواهیم داشت.

۴- (الف) در فرایند هم حجم، کار برابر صفر است. برای محاسبه گرمای مبادله شده از رابطه  $Q = nC_V\Delta T$  استفاده می‌کنیم و به جای  $\Delta T$  از قانون گازهای آرمانی (کامل) جای‌گذاری خواهیم کرد. با نمو گرفتن از قانون گازهای کامل داریم

$$\Delta V = nR\Delta T$$

$$\text{و از آنجا } \Delta T = \frac{V\Delta P}{nR} \text{ می‌شود. با توجه به اینکه برای گاز کامل تک اتمی } C_V = \frac{3}{2} R \text{ است، داریم}$$

$$Q = n\left(\frac{3}{2} R\right)\left(\frac{V\Delta P}{nR}\right) = \frac{3}{2} V\Delta P$$

که در یکاهای SI چنین به دست می‌دهد:

$$Q = \frac{3}{2} (8/3 \times 10^{-3} \text{ m}^3)(3/0 - 1/5)(10^5 \text{ N/m}^2) = 1/9 \times 10^3 \text{ J}$$

توجه کنید که در حجم ثابت برای افزایش فشار باید به گاز گرمابه داد و علامت مثبت  $Q$  نیز نشان می‌دهد که این گرمایی است که گاز می‌گیرد تا افزایش فشار دهد.

(ب) حال اگر حجم گاز را کم کنیم، برای کار در یکای SI خواهیم داشت

$$W = -P\Delta V = -(1/5 \times 10^5 \text{ N/m}^2)\left(\frac{8/3}{2} - 8/3\right) \times 10^{-3} \text{ m}^3 \\ = 6/2 \times 10^3 \text{ J}$$

توجه کنید که علامت  $W$  مثبت شده است و این به معنای آن است که کار روی دستگاه انجام شده است. برای محاسبه گرمای مبادله شده از رابطه  $Q = nC_P\Delta T$  استفاده می‌کنیم. در این رابطه به جای  $\Delta T$  دوباره از قانون گازهای کامل قرار می‌دهیم:

$$Q = nC_P \left( \frac{P\Delta V}{nR} \right)$$

با توجه به اینکه  $C_P$  برای گازهای کامل تک اتمی برابر  $R = \frac{5}{2} P\Delta V$  است،  $Q = \frac{5}{2} \times 10^5 \text{ N/m}^2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = -1/6 \times 10^3 \text{ J}$  می‌شود و از آنجا در یکاهای SI خواهیم داشت:

$$Q = \frac{5}{2} (1/5 \times 10^5 \text{ N/m}^2) (\frac{1/3}{2} - 1/3) \times 10^{-3} \text{ m}^3 \\ = -1/6 \times 10^3 \text{ J}$$

توجه کنید علامت  $Q$  منفی شده است و این به معنای آن است که گاز به محیط گرمایی داده است.

-۵

(مساحت ذوزنقه)  $- =$  (کار گاز)  $- =$  کار محیط

$$= -\frac{1}{2} [(3/00 + 2/00)(1/01 \times 10^5 \text{ N/m}^2)] (2/00 \times 10^{-3} \text{ m}^3) \\ = -505 \text{ J}$$

و آنگاه با استفاده از قانون اول ترمودینامیک داریم

$$Q = \Delta U - W_{\text{محیط}} = (912 \text{ J} - 456 \text{ J}) + 505 \text{ J} \\ = 961 \text{ J}$$

چون  $Q$  مثبت شده است این بدین معنی است که گاز گرمایی داده است.

۶- الف) نخست قانون اول ترمودینامیک را برای مسیر abc می‌نویسیم:

$$\Delta U_{abc} = Q_{abc} + W_{abc} = 90 \text{ J} + (-70 \text{ J}) = 20 \text{ J}$$

ب) قدر مطلق کار انجام شده برابر با مساحت زیر نمودار فرایند در صفحه  $P-V$  است. بنابراین، بدین معنی است که مساحت زیر مسیر adc کمتر از مساحت زیر مسیر abc است و در نتیجه مقدار کار در مسیر abc کمتر از مقدار کار در مسیر adc است. از طرفی در هر دو فرایند گاز انبساط یافته است و بنابراین کار محیط منفی و کار دستگاه (گاز) مثبت است. بنابراین کار گاز نیز در مسیر abc کمتر از مسیر adc است. برای مقایسه گرمایی داده شده به گاز، باید از قانون اول ترمودینامیک استفاده کنیم:  $Q = \Delta U - W$ . چون  $\Delta U$  برای هر دو مسیر یکسان است باید  $W$  ها را با هم مقایسه کنیم. چون مقدار کار در مسیر adc کوچک است و از طرفی  $W$  کار محیط روی گاز و در هر دو مسیر منفی است پس  $W_{\text{adc}} > W_{\text{abc}}$  است و درنتیجه  $Q$  در مسیر adc کوچک‌تر است.

پ) چرخه بسته‌ای را در نظر بگیرید که شامل مسیر abc و مسیر خمیده بازگشت است. چون

$$\Delta U = \Delta U_{\text{abc}} + \Delta U_{\text{ca}} = 0$$

نتیجه می‌گیریم که باید به اندازه  $20 \text{ J}$  از گاز انرژی بگیریم. البته چون در این بخش، هنوز چرخه مطرح نشده است می‌توانیم این طور نیز استدلال کنیم:

$$\Delta U_{\text{abc}} = U_c - U_a \quad \text{و} \quad \Delta U_{\text{ca}} = U_a - U_c \Rightarrow \Delta U_{\text{ca}} = -\Delta U_{\text{abc}} = -20 \text{ J}$$

۷- آنچه در مورد نظر است نسبت  $Q / \Delta U$  است.

$$\Delta U = nC_V \Delta T \quad \text{و} \quad Q = nC_P \Delta T$$

در نتیجه

$$\frac{\Delta U}{Q} = \frac{C_V}{C_P} = \frac{5}{7} \approx 0.7$$

۸- با استفاده از تعریف کار و رابطه انبساط حجمی داریم:

$$\begin{aligned} W &= -W = P\Delta V \\ &= P(\beta V\Delta T) \\ &= (1/10 \times 10^5 \text{ N/m}^2)[(3 \times 23 \times 10^{-6}/^\circ\text{C})(8/0 \times 10^{-3} \text{ m}^3)(100/0^\circ\text{C})] \\ &= 5/8 \text{ J} \end{aligned}$$

از طرفی

$$\begin{aligned} Q &= mC\Delta T = (\rho V)C\Delta T \\ &= (2/7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(8/0 \times 10^{-3} \text{ m}^3)(900 \text{ J/kg.K})(100/0^\circ\text{C}) = 1/94 \times 10^6 \text{ J} \\ \Rightarrow \Delta U &= Q + W = 1/94 \times 10^6 \text{ J} - 5/8 \text{ J} = 1/94 \times 10^6 \text{ J} \end{aligned}$$

توجه کنید که کار انجام شده در برابر  $Q$  بسیار ناچیز و اهمیت ندارد که این فرایند در خلاصه صورت گیرد ( $W = 0$ ) یا خیر. تغییر انرژی درونی در دو حالت یکسان است.

۹- الف) قدر مطلق کار برابر با مساحت زیر نمودار فرایند ترمودینامیک‌ها در صفحه  $P-V$  است. از روی شکل دیده می‌شود که مساحت زیر نمودار فرایند هم‌فشار از همه بیشتر و مساحت زیر نمودار فرایند بی‌دروز از همه کمتر است. بنابراین مقدار کار انجام شده از کمترین تا بیشترین به ترتیب بی‌دروز، هم‌دما و هم‌فشار است. البته در سوال از کار گاز روی محیط پرسیده شده است که با توجه به انبساطی بدون هر سه فرایند، برای هر فرایند مقداری مثبت است. پس همین مقایسه در مورد خود کارها نیز درست است.

ب) از قانون گازهای کامل در می‌یابیم که در فرایند هم‌فشار با افزایش حجم، دما افزایش می‌یابد. در فرایند هم‌دما نیز بدیهی است که دما ثابت می‌ماند. در فرایند بی‌دروز نیز از قانون اول ترمودینامیک در می‌یابیم که در انبساط، کاهش دما داریم. این موارد همگی در شکل نیز مشخص شده است. بنابراین دمای نهایی در این سه فرایند از کمترین تا بیشترین به ترتیب بی‌دروز، هم‌دما و هم‌فشار می‌شود.

ب) در فرایند بی‌دروز  $Q = 0$  و در فرایندهای هم‌دما و هم‌فشار  $\Delta U > 0$  است. برای مقایسه فرایندهای هم‌دما و هم‌فشار نیز باید به قانون اول ترمودینامیک رجوع کنیم. با توجه به اینکه تغییر انرژی درونی و مقدار کار در فرایند هم‌دما از فرایند هم‌فشار کمتر است و نیز کار در هر دو فرایند منفی است، بنابراین در این مورد نیز ترتیب گرمایی داده شده به ترتیب از کمترین تا بیشترین، بی‌دروز، هم‌دما و هم‌فشار می‌شود.

۱۰- از درس آموختیم که در چرخه‌های پاد ساعتگرد در صفحه  $P-V$  کار محیط ( $W$ ) مثبت است. با این حال اینجا می‌خواهیم اثباتی برای این چرخه ارائه دهیم. از قانون اول ترمودینامیک داریم

$$\Delta U = Q + W$$

که در آن  $W$  کار محیط است. توجه کنید که در اینجا فرایندی چرخه‌ای داریم و  $\Delta U = 0$  است. در مورد علامت  $W$  نیز می‌توانیم این فرایند چرخه‌ای را به سه بخش تقسیم کنیم. بدیهی است که در فرایند هم‌حجم، کار صفر است. اما مساحت زیر فرایند هم‌فشاری که در آن حجم کاهش یافته است، بیشتر از فرایند دیگری است که در آن افزایش حجم داریم. بنابراین کار محیط مثبت و کار دستگاه منفی است. اکنون با توجه به قانون اول ترمودینامیک برای فرایند چرخه‌ای می‌دانیم  $Q = -W$  است و بنابراین  $Q$  نیز منفی می‌شود.

۱۱- الف) در فرایند چرخه‌ای  $\Delta U = 0$  است و در نتیجه از قانون اول ترمودینامیک نتیجه می‌گیریم  $W = -Q$  است. با توجه به اینکه چرخه ساعتگرد طی شده است کار محیط منفی است. (توجه کنید که نیازی به حفظ کردن نیست و می‌توانید همواره با مقایسه مساحت زیر منحنی‌ها به منفی یا مثبت بودن کار پی ببرید). بنابراین  $Q$  مثبت می‌شود و دستگاه گرما می‌گیرد.

ب) در قسمت الف دیدیم که  $Q$  مثبت است و در نتیجه داریم

$$W = -Q = -400 \text{ J}$$

۱۲- الف) با استفاده از قانون گازهای کامل داریم

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

با جایگذاری  $T_2 = 600 \text{ K}$  و  $T_1 = 200 \text{ K}$  و  $V_1 = V_2$ ,  $P_2 = 3/0 \text{ atm}$ ,  $P_1 = 1/0 \text{ atm}$  می‌رسیم. که با توجه قواعد محاسبه ارقام معنی‌دار باید به صورت  $10^3 \times 6/0 \times 10^3 \text{ K}$  بیان شود. اکنون با استفاده از قانون گازهای کامل  $T_2$  و  $T_1$  را نیز به دست می‌آوریم

$$T_2 = T_1 \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = T_1 \frac{V_2}{V_1} = (600 \text{ K}) \left( \frac{300 \text{ L}}{100 \text{ L}} \right) = 1800 \text{ K} = 18 \times 10^3 \text{ K}$$

$$T_1 = T_2 \frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = T_2 \frac{P_1}{P_2} = (1800 \text{ K}) \left( \frac{1/0 \text{ atm}}{3/0 \text{ atm}} \right) = 600 \text{ K} = 6/0 \times 10^3 \text{ K}$$

ب) مقدار کار انجام شده برابر با مساحت محصور در چرخه است که چنین می‌شود.

$$|W| = [(300 - 100)(10^{-3} \text{ m}^3)(3/0 \times 10^5 \text{ N/m}^2)] \\ = 4/0 \times 10^4 \text{ J}$$

پ) در فرایندهای ۱→۲ و ۳→۴ دمای گاز زیاد شده است و با توجه به رابطه‌های  $Q = nC_P \Delta T$  و  $Q = nC_V \Delta T$  در می‌یابیم گاز گرمایی گزینه می‌گیرد.

ت) در فرایندهای ۴→۳ و ۱→۲ دمای گاز کم شده است و با توجه به رابطه‌های  $Q = nC_P \Delta T$  و  $Q = nC_V \Delta T$  در می‌یابیم گاز گرمایی از دست می‌دهد.

توجه: می‌توانیم مقدار این گرمایها را نیز محاسبه کنیم. مثلاً برای قسمت پ) انجام می‌دهیم. برای این گرمای داریم

$$Q_{in} = Q_H = Q_{12} + Q_{23} = nC_V \Delta T_{12} + nC_P \Delta T_{23}$$

$$= \frac{\Delta}{2} nR \Delta T_{12} + \frac{\Delta}{2} nR \Delta T_{23}$$

برای محاسبه  $nR$  از قانون گازهای کامل استفاده می‌کنیم

$$nR = \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{(1/0 \text{ atm})(100 \text{ L})}{200 \text{ K}} = 0.50 \text{ L.atm/K}$$

در نتیجه داریم

$$Q_{in} = \left[ \frac{\Delta}{2} (600 \text{ K} - 200 \text{ K}) + \frac{\Delta}{2} (1800 \text{ K} - 600 \text{ K}) (0.50 \frac{\text{L.atm}}{\text{K}}) \right] = 2/6 \times 10^3 \text{ atm.L} \\ = (2/6 \times 10^3 \text{ atm.L}) (1/01 \times 10^5 \text{ N/m}^2) (10^{-3} \text{ m}^3) = 2/6 \times 10^5 \text{ J}$$

۱۳- چون فرایندی چرخه‌ای داریم  $W = -Q = -\Delta U$  است. بنابراین  $W$  کار محیط است. از طرفی می‌دانیم مقدار کار انجام شده در چرخه برابر مساحت محصور در چرخه است و در چرخه‌های ساعتگرد کار انجام شده بر روی دستگاه منفی است. بنابراین

$$W = -S_{ABC} = -\frac{1}{\gamma} [(30/0 - 10/0) \times 10^5 \text{ N/m}^3] [(4/0 - 1/0) \times 10^{-3} \text{ m}^3]$$

$$= -3/0 \times 10^7 \text{ J}$$

واز آنجا  $J = 3/0 \times 10^7 \text{ J}$  می شود.  
۱۴-الف)

$$T_C = T_A = \frac{P_A V_A}{nR}$$

$$= \frac{(2/4 \times 1/0) \times 10^5 \text{ N/m}^3}{(0/32 \text{ mol})(8/314 \text{ J/mol.K})}$$

$$= 200/4 \text{ K} \approx 2/0 \times 10^2 \text{ K}$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{P_A (2V_A)}{nR} = \frac{2P_A V_A}{nR}$$

$$= 2 T_A = 400/9 \text{ K} \approx 4/0 \times 10^2 \text{ K}$$

(ب) فرایند  $B \rightarrow A$  با شاخص پایین ۱ و فرایند  $C \rightarrow B$  را با شاخص پایین ۲ نشان می دهیم.

$$\Delta U_1 = Q_1 + W_1$$

$$Q_1 = nC_P \Delta T = \frac{\Delta}{\gamma} nR \Delta T$$

$$= \frac{\Delta}{\gamma} (0/32 \text{ mol})(8/314 \text{ J/mol.K})(201 \text{ K})$$

$$= 1337 \text{ J} \approx 1/3 \text{ kJ}$$

$$W_1 = -P_A \Delta V = -P_A (V_B - V_A) = (-2/4 \times 1/0) \times 10^5 \text{ Pa} (2/2 \times 10^{-3} \text{ m}^3)$$

$$= -533/3 \text{ J} \approx -0/53 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow \Delta U_1 = Q_1 + W_1 = 1/3 \text{ kJ} - 0/53 \text{ kJ} = 0/77 \text{ kJ} \approx 0/8 \text{ kJ}$$

(که البته این نتیجه را می توانیم از رابطه  $\Delta U = nC_V \Delta T$  نیز به دست آوریم.)

$$\Delta U_2 = Q_2 + W_2 \quad W_2 = 0$$

$$Q_2 = nC_V \Delta T = \frac{\gamma}{\gamma - 1} nR \Delta T$$

$$= \frac{\gamma}{\gamma - 1} [(0/32 \text{ mol})(8/314 \text{ J/mol.K})] (-200/5 \text{ K})$$

$$= -800/1 \text{ J} \approx -0/80 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow \Delta U_2 = 0 + (-802 \text{ J}) \approx -0/80 \text{ kJ}$$

توجه کنید که  $\Delta U_2$  را می توانستیم به طور مستقیم، با توجه به اینکه در چرخه انرژی درونی کل برابر صفر است و فرایند  $C \rightarrow A$  فرایندی هم دما است ( $\Delta U_2 = 0$  برابر قرینه  $\Delta U_1$  بگیریم). توجه کنید تفاوت  $\Delta U_1$  و  $\Delta U_2$  به دست آمده، درنظر گرفتن محاسبات با ارقام معنی دار رخ داده است.

۱۵-الف) مقدار کار انجام شده روی دستگاه برابر با مساحت محصور در چرخه است و چون چرخه به صورت ساعتگرد پیموده شده است، علامت آن منفی است.

$$W = -S_{abcd} = -[(2/0 \times 10^5 - 1/0 \times 10^5)N/m^3 \times (0/0^4 - 0/0^2)m^3] \\ = -2/0 \times 10^5 J = -2/0 kJ$$

کار انجام شده توسط ماشین قرینه این مقدار و برابر  $|W| = 2/0 kJ$  می‌شود.

ب) فرایند abc از دو فرایند ab (هم حجم) و bc (هم فشار) تشکیل شده است. بنابراین

$$Q_{abc} = Q_{ab} + Q_{bc} = nC_V\Delta T_{ab} + nC_P\Delta T_{bc}$$

$$\begin{aligned} &= n(\frac{3}{2}R)(\frac{V\Delta P}{nR})_{ab} + n(\frac{5}{2}R)(\frac{P\Delta V}{nR})_{bc} \\ &= \frac{3}{2}(V\Delta P)_{ab} + \frac{5}{2}(P\Delta V)_{bc} \\ &= \frac{3}{2}(0/0^2 \cdot m^3)(1/0 \times 10^5 N/m^3) + \frac{5}{2}(2/0 \times 10^5 N/m^3)(0/0^2 m^3) \\ &= 1/3 \times 10^4 J = 13 kJ \end{aligned}$$

پ) فرایند cda از دو فرایند cd (هم حجم) و da (هم فشار) تشکیل شده است. بنابراین

$$Q_{cda} = Q_{cd} + Q_{da} = nC_V\Delta T_{cd} + nC_P\Delta T_{da}$$

$$\begin{aligned} &= n(\frac{3}{2}R)(\frac{V\Delta P}{nR})_{cd} + n(\frac{5}{2}R)(\frac{P\Delta V}{nR})_{da} \\ &= \frac{3}{2}(V\Delta P)_{cd} + \frac{5}{2}(P\Delta V)_{da} \\ &= \frac{3}{2}(0/0^4 m^3)(-1/0 \times 10^5 N/m^3) + \frac{5}{2}(1/0 \times 10^5 N/m^3)(-0/0^2 m^3) \\ &= -11000 J = -1/1 \times 10^4 J = -11 kJ \end{aligned}$$

ت) تغییر انرژی درونی در فرایند abc برابر است با

$$\Delta U_{abc} = Q_{abc} + W_{abc}$$

$Q_{abc}$  را در قسمت (ب) به دست آوردهیم. کافی است  $W_{abc}$  را محاسبه کنیم.

$$\begin{aligned} W_{abc} &= -P\Delta V = -(2/0 \times 10^5 N/m^3)(0/0^2 m^3) \\ &= -4/0 \times 10^5 J = -4/0 kJ \end{aligned}$$

بنابراین داریم

$$\begin{aligned} \Delta U_{abc} &= 1/3 \times 10^4 J - 4/0 \times 10^5 J \\ &= 9 \times 10^3 J = 9 kJ \end{aligned}$$

۱۶- الف) بازده ماشین گرمایی آرمانی برابر است با

$$\frac{|W|}{Q_H} = \eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{60/0}{100/0} = 0/400 = \%40/0$$

(ب)

$$P = \frac{|W|}{t} = \frac{1}{t}(\eta Q_H)$$

$$= \frac{Q_H}{t} \eta = (0/400) \left( \frac{100/0 J}{0/500 S} \right) = 10/0 W$$

۱۷- الف) با استفاده از رابطه بازده برای ماشین دمای گرمایی داریم

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H}$$

و از آنجا

$$Q_H = \frac{|W|}{\eta} = \frac{10/2 \times 10^3 J}{0/25} = 3/28 \times 10^4 J$$

حال استفاده از قانون اول ترمودینامیک  $|Q_L|$  را برای ماشین گرمایی آرمانی به دست می‌آوریم.

$$|Q_L| = Q_H - |W| = 3/28 \times 10^4 J - 10/2 \times 10^3 J \\ = 2/46 \times 10^3 J \approx 2/5 \times 10^4 J$$

ب) اکنون  $Q_H$  چنین می‌شود

$$Q_H = \frac{|W|}{\eta} = \frac{10/2 \times 10^3 J}{0/30} = 2/73 \times 10^4 J$$

و از آنجا

$$|Q_L| = Q_H - |W| \\ = 2/7 \times 10^4 J - 10/2 \times 10^3 J = 1/91 \times 10^3 J \approx 1/9 \times 10^4 J$$

۲۱- این مسئله راه حلی کلی دارد که در ادامه به آن خواهیم پرداخت. ولی چون در اینجا مثالی عددی خواسته است. مثلاً فرض کنید دماهای منبع های بالا و پایین به ترتیب  $300 K$  و  $200 K$  باشد و بنابراین بازده ماشین کارنور چنین می‌شود.

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{200 K}{300 K} = 0/333$$

حال فرض کنید دمای منبع دما بالا را  $50 K$  افزایش دهیم

$$\eta = 1 - \frac{200 K}{350 K} = 0/428$$

و اگر دمای منبع دما پایین را  $50 K$  کاهش دهیم

$$\eta = 1 - \frac{150 K}{300 K} = 0/500$$

پس کاهش دمای منبع دما پایین مؤثرتر است.

اثبات کلی: اگر دمای منبع سرد را به اندازه  $\Delta T$  بکاهیم،  $\eta_1 = 1 - \frac{T_L - \Delta T}{T_H}$  و اگر دمای منبع گرم را به اندازه  $\Delta T$

بیافزاییم  $\eta_2 = 1 - \frac{T_L}{T_H - \Delta T}$  می‌شود. برای آنکه  $\eta_1$  و  $\eta_2$  را مقایسه کنیم، دو روش داریم، یکی این است که جمله‌های دوم را مقایسه کنیم. جمله دوم هر کدام که بزرگ‌تر بود، بازده آن کمتر است. فرض کنید  $\eta_2 > \eta_1$  باشد:

$$\frac{T_L - \Delta T}{T_H} > \frac{T_L}{T_H - \Delta T}$$

چون  $T_H$  و  $T_H + \Delta T$  مقادیر مثبتی هستند می‌توانیم طرفین را در مقدار مثبت  $(T_H + \Delta T) - T_H$  ضرب کنیم. آنگاه پس از محاسبه ساده‌ای خواهیم داشت

$$T_L > T_H + \Delta T$$

که غیرممکن است. پس حتماً جمله دوم  $\eta_1$  کوچک‌تر از جمله دوم  $\eta_2$  است و بنابراین  $\eta_2 > \eta_1$ . یعنی برای افزایش بازده ماشین کارنو، کاهش دمای منبع دما - پایین از افزایش دمای منبع دما - بالا مؤثرتر است. روش دیگر آن بود که مخرج مشترک بگیریم و کل جمله‌ها را با هم مقایسه کنیم:

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_L - \Delta T}{T_H} = \frac{T_L - T_H + \Delta T}{T_H}$$

و افزایش دمای منبع دما - بالا به رابطه زیر:

$$\eta_2 = 1 - \frac{T_L}{T_H - \Delta T} = \frac{T_H - T_L + \Delta T}{T_H + \Delta T}$$

اگر توجه کنید، صورت‌های این دو کسر است، ولی مخرج  $\eta_2$  بزرگ‌تر از  $\eta_1$  و بنابراین  $\eta_2 > \eta_1$ .

الف) چون ماشین‌ها یک چرخه را طی می‌کنند، قانون اول ترمودینامیک برای ماشین‌های آرمانی به صورت  $Q + W = Q_L + Q_H$  در می‌آید که در آن  $Q = Q_L + Q_H$  است. برای ماشین A داریم:

$$Q_L + Q_H = -1750 \text{ J} + 2000 \text{ J} = 250 \text{ J}$$

بنابراین این ماشین قانون اول را نقض می‌کند.

برای ماشین B داریم:

$$Q_L + Q_H = -200 \text{ J} + 500 \text{ J} = 300 \text{ J}$$

بنابراین ماشین B هم قانون اول را نقض می‌کند.

برای ماشین C داریم

$$Q = -200 \text{ J} + 600 \text{ J} = 400 \text{ J}$$

پس ماشین C قانون اول را نقض نمی‌کند.

برای ماشین D داریم:

$$Q = -90 \text{ J} + 100 \text{ J} = 10 \text{ J}$$

بنابراین این ماشین نیز قانون اول را نقض نمی‌کند.

ب) بدیهی است ماشین‌هایی که قانون اول ترمودینامیک را نقض می‌کنند قابل ساختن نیستند و بنابراین آنها را کنار می‌گذاریم. پس می‌ماند ماشین‌های C و D. برای آنکه ماشینی قابل ساخت باشد، بازدл ماشین نباید از بازده بیشینه (بازده ماشین کارنو) بیشتر باشد. بازده ماشین کارنو از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\eta_{کارنو} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{300 \text{ K}}{400 \text{ K}} = 0.25$$

بنابراین بازده ماشین کارنویی که بین این دو دما عمل می‌کند ۲۵٪ است. حال ببینیم بازده ماشین‌های C و D چقدر

$$\eta_C = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{200\text{K}}{600\text{K}} = 0.66$$

پس بازده این ماشین بیشتر از ماشین کارنو است و آن نیز قابل ساختن نیست. تنها می‌ماند ماشین D برای این ماشین داریم:

$$\eta_D = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{90\text{J}}{100\text{J}} = 0.10$$

یعنی بازده این ماشین ۱۰٪ و کمتر از بازده ماشین کارنو است و بنابراین تنها این ماشین قابل ساختن است.

۲۳- (الف) نخست بازده را برای این ماشین کارنو محاسبه می‌کنیم:

$$\eta_{\text{کارنو}} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{280/0\text{K}}{360/0\text{K}} = 0.22222 \approx 0.2222$$

بنابراین بازده این ماشین کارنو حدوداً ۲۲٪ است. توجه کنید رابطه  $|W|/Q_H = \mu$  برای هر ماشینی برقرار است و آن را می‌توان برای ماشین کارنو نیز به کار برد.

$$|W| = (\eta) Q_H = (0.2222) (750/0\text{J}) = 166.67\text{J} \approx 166.67\text{J}$$

ب) این بار از رابطه  $\eta = 1 - |Q_L|/Q_H$  استفاده می‌کنیم. در نتیجه

$$|Q_L| = (1 - \eta) Q_H = (1 - 0.22222) (750/0\text{J}) = 583.33\text{J} \approx 583.33\text{J}$$

به این نتیجه با استفاده از قانون اول ترمودینامیک نیز می‌توانیم برسیم:

$$|Q_L| = Q_H - |W| = 750/0\text{J} - 166.67\text{J} = 583.33\text{J} \approx 583.33\text{J}$$

۲۴- از تعریف توان داریم

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = W/P$$

از طرفی ضریب عملکرد برابر است با

$$K = \frac{Q_L}{W} \Rightarrow \Delta t = Q_L/PK$$

پس باید  $Q_L$  را محاسبه کنیم

$$Q_L = |Q_{\text{سردشدن}}| + |Q_{\text{جذب}}|$$

$$= mc|\Delta T| + mL_F$$

$$= (1/0.0\text{kg})(4/187\text{kJ/kg.K})(10/0\text{K}) + (1/0.0\text{kg})(333/3\text{kJ/kg}) \approx 376\text{kJ}$$

از آنجا  $\Delta t$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta t = \frac{376 \times 10^3 \text{J}}{(110/0\text{J/s})(4/0)} = 854/0\text{s} = 14/24\text{min} \approx 14\text{min}$$

۱۸ الف) چون ماشین بخار یک فرایند چرخه ای را طی می‌کند، از قانون اول ترمودینامیک داریم:  $W = -Q$ . توجه کنید که این کار محیط است. چون مسئله کار دستگاه (ماشین) را خواسته است، کار ماشین برابر با  $Q$  می‌شود. از طرفی برابر است با  $Q_H - |Q_L|$  است. بنابراین داریم:  $Q$

$$\begin{aligned} W_{\text{ماشین}} &= 1/5 \times 10^5 \text{ MJ} - 4/0 \times 10^4 \text{ MJ} \\ &= 6/0 \times 10^4 \text{ MJ} \end{aligned}$$

ب) با استفاده از رابطه ۷-۵ داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{6/0 \times 10^4 \text{ MJ}}{1/5 \times 10^5 \text{ MJ}} = 0/4$$

بنابراین، بازده این ماشین بخار ۴۰ درصد است.

۱۹ الف) با استفاده از رابطه ۷-۵ برای بازده ماشین داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{2000 \text{ J}}{8000 \text{ J}} = 0/25$$

پس بازده ماشین ۲۵ درصد است.

ب) اکنون با استفاده از رابطه ۹-۵،  $|Q_L|$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} &= (1 - \eta) Q_H = (1 - 0/25) (8000) \\ &= 6000 \text{ J} \end{aligned}$$

$|Q_L|$  را می‌توانستیم با استفاده از قانون اول ترمودینامیک نیز به دست آوریم:

$$= Q_H - W = 8000 \text{ J} - 2000 \text{ J} = 6000 \text{ J}$$

پ) گرمای حاصل از سوخت  $\text{J/g} = 10^3 \times 5/0$  است. بنابراین، مقدار سوخت مصرف شده در هر چرخه چنین می‌شود:

$$m = \frac{8000 \text{ J}}{5/0 \times 10^4 \text{ J/g}} = 0/16 \text{ g}$$

ت) ماشین در هر ثانیه ۴۰ چرخه را می‌پیماید. بنابراین زمان پیمودن یک چرخه،  $1/40$  می‌شود. پس توان ماشین برابر است با

$$P = \frac{W}{t} = \frac{2000 \text{ J}}{\frac{1}{40} \text{ s}} = 80000 \text{ W} = 80 \text{ kW}$$

۲۰ باید از بازده ماشن کارنو (معادله  $\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H}$ ) استفاده کنیم. توجه کنید که در این رابطه  $T_L$  و  $T_H$  بر حسب کلوین هستند. بنابراین باید نقطه انجماد و نقطه جوش را به کلوین تبدیل کنیم:

$$\eta = 1 - \frac{(273 + T)}{(273 + 1000)} \approx 0.27$$

بنابراین، بازده ماشین کارنو ۲۷ درصد است و ادعایی مخترع نادرست است. زیرا بازده ماشین او از بیشترین بازده محتمل بیشتر است.

۲۵- توان از رابطه  $P = W/t$  به دست می آید. به این منظور باید نخست  $W$  را محاسبه کنیم. از قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$|Q_H| = W - Q_L$$

و در نتیجه

$$\begin{aligned} W &= |Q_H| - Q_L \\ &= 1/3 \times 10^5 \text{J} - 9/0 \times 10^4 \text{J} = 13 \times 10^4 \text{J} - 9/0 \times 10^4 \text{J} = 4 \times 10^4 \text{J} \end{aligned}$$

بنابراین توان چنین می شود

$$P = \frac{W}{t} = \frac{4/0 \times 10^4 \text{J}}{60 \text{s}} = 6/7 \times 10^2 \text{W} \approx 7 \times 10^2 \text{W}$$

ب) ضریب عملکرد برابر است با

$$K = \frac{Q_L}{W} = \frac{9/0 \times 10^4 \text{J}}{4 \times 10^4 \text{J}} = 2/25 \approx 2$$

۲۶- بیشترین ضریب عملکرد ممکن مربوط به یخچال کارنو است.

$$K_{\max} = K = \frac{Q_L}{W} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

مقدار گرمایی که باید از آب گرفته شود تا یخ بیندد از رابطه زیر به دست می آید:

$$Q = mL_F$$

در نتیجه  $W$  چنین می شود

$$\begin{aligned} W &= Q_L \frac{T_H - T_L}{T_L} = (mL_F) \left( \frac{T_H - T_L}{T_L} \right) \\ &= (0/2500 \text{kg})(333/15 \text{kJ/kg}) \frac{(273/15 + 22/0) \text{K} (237/15 - 5/0) \text{K}}{(273/15 - 5/0) \text{K}} \approx 8/40 \text{kJ} \end{aligned}$$

\* لطفاً پیشنهادها و نظرات خود را به khoshbin@talif.sch.ir ارسال فرمایید.